



Instituto de Educación Secundaria
Alfonso X el Sabio
www.iax.es



Región de Murcia
Consejería de Educación,
Juventud y Deportes

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

CUADERNILLO DE PENDIENTES

MATEMÁTICAS

2º ESO

	PRUEBA 1: 13 al 15 de Enero	PRUEBA 2: 7 al 9 de Abril	PRUEBA GLOBAL: 26 al 28 de Mayo
Matemáticas	UF 1: Divisibilidad y Enteros UF 2: Fracciones y Decimales UF 3: Potencias y Raíces UF4: Proporcionalidad y Porcentajes.	UF 5: Polinomios UF 6: Ecuaciones y Sistemas UF 7: Geometría en el espacio.	Toda la materia
2º ESO			

RECOMENDACIONES

- ❖ **Para repasar la materia puedes realizar los ejercicios propuestos.**
- ❖ Para preparar la **primera prueba** te recomendamos que practiques haciendo los ejercicios desde la actividad 1 hasta la actividad 6.
- ❖ Para preparar la **segunda prueba** te recomendamos que practiques haciendo los ejercicios desde la actividad 7 hasta la actividad 10.
- ❖ **Cuantos más ejercicios hagas mejor preparado irás al examen.**

PRIMERA PRUEBA:

ACTIVIDAD 1. NÚMEROS ENTEROS

Orden de prioridad en las operaciones:

1. Las expresiones encerradas entre paréntesis, de los interiores a los exteriores.
2. Las potencias y radicales.
3. Los productos y cocientes.
4. Las sumas y restas.

Quando tengamos operaciones de igual prioridad se ejecutan de manera natural, es decir, de izquierda a derecha.

- | | |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $5 \cdot 4 - (1 + 2)$ 2. $8 + (-2) + 3 + 5 \cdot (-3) + (-7)$ 3. $(12 + 15) - (3 + 2 + 1) - 4 - (1 + 2 - 6 + 7)$ 4. $6 - 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 5 + 13 - 8 : 4 - 9 \cdot 2 : 3 - 1$ 5. $9 : 3 - (-12) : 2 - 13 : (-1)$ 6. $10 : (-5) - (-18) : 9 - 1 + (-4) : (-2)$ 7. $18 - [(3 + 6 + 9) : (9 - 6)]$ 8. $7 + [4 - (2 + 1)] + (12 + 4 \cdot 2)$ 9. $[(55 - 10) - (3 \cdot 6 \cdot 9)] : (-3)$ 10. $[14 - (-6) + (-6)] : [17 + (-7) - 3]$ 11. $7 + (4 - 5) - (-89)$ 12. $[21 : (7 \cdot 3)] + 4(5 - 1)$ 13. $27 - 7 - [(2 \cdot 3) : (3 \cdot 2)]$ 14. $5[3 - (2 - 3)] \cdot 6 - 1$ 15. $3 - [-5 \cdot 6 - 4 \cdot (12 : 4 - 5 \cdot 2) - 24 : 3]$ 16. $-7 - (2 - 6) \cdot (-4)$ 17. $2 - 3 \cdot [-2 + 10 - 4 \cdot (-1 + 3 : 3) - 8] - 2$ 18. $9 \cdot (-1)^3 + 6$ 19. $[-6 - (-2 + 4) - 5] - [-8 - (7 - 2) - 6]$ 20. $[(-8) : (-2) - 6 : (2 - 5)] : [10 : (-2) - 3 : (1 - 2)]$ 21. $5 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 - (-1) \cdot 6$ 22. $12 : 2 - 4 : 2 - 42 : 7 - 20 : 4$ 23. $15 : (-5) - (-18) : (-2) + (-32) : (-8)$ 24. $(-3) \cdot (-4) - (-24) : 6 - 5 \cdot 3$ 25. $16 - 30 : [6 - 2 \cdot (3 - 1) + 3]$ 26. $[23 + (-5)] : [12 - 3 \cdot (-2)]$ 27. $[-30 + (-18)] : (-6) + [125 - (-30)] : (-5)$ 28. $[14 - (-6) + (-6)] : [17 + (-7) - 3]$ 29. $-4 : (-2)(-1) + (-2)$ 30. $-4 - (-3)^2 + 9$ 31. $[3 \cdot (5 - 2) - 10 : 2] \cdot [5 \cdot (1 - 4) - (3 - 7)]$ 32. $-4 - 3 \cdot 5 + 12 : 3 - 2(5 - 2)$ 33. $[2 - (-5) - 10 + (-6) + 12]^3$ 34. $(-2)^3 + 3(4 - 18 : 6)(6 - 2 - (-5) \cdot 2 \cdot 4)$ 35. $2 - 3[5 - 4(4 - 6)] + 8^2 : 4$ 36. $6 : 2 : 3 + 5 \cdot 2 \cdot 32 - 6(5 - 2 + 4 - 32 \cdot 2)$ | <ol style="list-style-type: none"> 37. $12 - [1 - (-22 + 57)]$ 38. $(6 - 2) \cdot [-5 + 2 - 8 : 4 - 3 \cdot (2 - 3 - 6 : 2)]$ 39. $-3 - 2 \cdot [-9 \cdot (5 - 4) - (-6)]$ 40. $13 - (4 + 8) - 3 \cdot 54$ 41. $5 - 3 \cdot [(1 - 4) \cdot (2 - 7 + 3) - 5 \cdot (-2 + 12 : 4)]$ 42. $-3 + 3(5 - (-4))$ 43. $4 \cdot [-10 - 2 \cdot (5 - 14 : 7) - 5 \cdot (4 - 7)]$ 44. $[3 \cdot (2 \cdot 3 + 5 \cdot 4 - 3 \cdot 7) : (6 : 2 + 3 \cdot 4 - 10)]$ 45. $150 - [18 + (5 - 3) + (6 - 6)]$ 46. $50 - 4 \cdot 3 + 2 \cdot 5 - 14 : 7$ 47. $(-12 - 3 - 6) : (4 - 3 + 2) : (15 + 4 - 12)$ 48. $5 - 5 \cdot [(1 - 6) \cdot (12 : 3) - 8 \cdot (-4 + 18 : 9)]$ 49. $9 \cdot [15 : (6 - 1) - (9 - 3) : 2]$ 50. $[5 - (-7 - 1) \cdot (-2)] + (-3)$ 51. $[-12 : (2 - 5) - 3 \cdot (8 : 2)] : [-8 : (5 - 7) - 16 : (2 - 6)]$ 52. $[(19 - 14) : 5 + (30 - 22) : 4] \cdot 32 : (4 : 2 - 5)$ 53. $2 + (-2) \cdot (-7) - [3 \cdot (-4) - (2 + (-8) : 2^2)]$ 54. $(7 - 10) \cdot (2 - 5) \cdot [(8 - 4) : (-3 + 5) - 2 \cdot (10 : 5)]$ 55. $-4 - 2 \cdot [-3 - 4 : (6 - 4 \cdot 2) - (8 - 2) : (8 - 5 \cdot 2)]$ 56. $[3 \cdot (7 - 2 \cdot 4) + 4 : (1 - 3)] : [(2 - 7) \cdot (4 - 7) : (-3)]$ 57. $[-6 \cdot (2 - 5) + 5 \cdot (4 - 7)] \cdot [(3 - 8) \cdot (2 - 5) : (1 - 4)]$ 58. $[(3 \cdot 4 - 2 \cdot 5)(1 - 5)] : [-3 \cdot (5 - 7) - (1 - 3)]$ 59. $5 - 3 \cdot [2(4 - 1) - 3(-1 - 5) - 8 : 4 - 2]$ 60. $-[3 - (2 - (-3))] - [4 - (-5 - (2 - 5) - 2)]$ 61. $4 - [2 \cdot (3 - 5) - (5 - 2) \cdot (-7 + 4 : 2)]$ 62. $(7 - 5) \cdot [3 - 2 - 4 : 2 - 3 \cdot (6 - 2 - 8 : 4)]$ 63. $4 - 3 \cdot [-2 + 5 - 3 \cdot (-2 - 3 : 3) - 10 : 2 + 3]$ 64. $10 : [(3 - 5) \cdot (2 - 4) + 10 : (-3 - 2)]$ 65. $8 : (3 - 5) - 2 \cdot [-3 \cdot (1 - 4) - 6 : (1 - 3)]$ 66. $2 \cdot 3^2 - 4^2 : 2 + 3^2 - (-1)^4$ 67. $20 + [3 \cdot 4 - (17 - 3 \cdot 2^2)] \cdot 2$ 68. $10 + 8 \cdot 3^2 - 5 \cdot (27 - 2^3 \cdot 3)$ 69. $19 - [2 \cdot (8 - (29 - 3 \cdot 2^3)) - 4]$ 70. $12 - (2^2 - 10^2 : 5) + (-6)^2 : 4$ |
|--|---|

SOLUCIONES

1. 17
2. -13
3. 13
4. 3
5. 22
6. 1
7. 12
8. 28
9. 39
10. 2
11. 95
12. 17
13. 19
14. 119
15. 13
16. -23
17. 0
18. -3
19. 6
20. -3
21. 17
22. -7
23. -8
24. 1
25. 10
26. 1
27. -23
28. 2
29. -4
30. -4
31. -44
32. -21
33. 27
34. 124
35. -21
36. 663
37. 46
38. 28
39. 3
40. -161
41. 2
42. 24
43. -4
44. 3
45. 130
46. 46
47. -1
48. 25
49. 0
50. -14
51. -1
52. 32
53. 28
54. -18
55. -8
56. 1
57. -15
58. -1
59. -55
60. -6
61. -7
62. -14
63. -26
64. 5
65. -28
66. 18
67. 34
68. 67
69. 17
70. 37

Algoritmo de resolución de Problemas

- a) Lectura y comprensión del enunciado.
- b) Traducir el problema al lenguaje matemático con ayuda de un dibujo si es necesario.
- c) Realizar las operaciones sin olvidar el orden en la prioridad de las operaciones.
- d) Evaluar e interpretar los resultados.

1.- Augusto, primer emperador romano, nació en el año 63 a.C. y murió en el 14 d.C. ¿Cuántos años vivió?

Sol: 77 años

2.- Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 975 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 28 m de altura. ¿Qué nivel supera el petróleo?

Sol: 1.003 metros

3.- Representa estos números en la recta numérica:



4.- ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que se encuentra a 4 °C, a la del pescado congelado, que está a -18 °C? ¿Y si pasara de la cámara del pescado a la de la verdura?

Sol: -22 °C y +22 °C

5.- Un camión congelador estaba al ponerlo en marcha, a una temperatura de 25 °C, si al cabo de 4 horas su temperatura era de -7°C. ¿Cuántos grados bajo cada hora?

Sol: 8°C cada hora

6.- Manolo tiene 46 años y su hijo 17. ¿Qué edad tendrá Manolo cuando su hijo tenga 28 años?

Sol: 57 años.

Sara deja el coche en el tercer sótano y sube 7 plantas hasta su casa. ¿En qué planta está su casa?

Si el sótano es la planta -3 y nos dicen que Sara ha subido 7 plantas:

$$-3+7=+4$$

Sara vive en la cuarta planta.

7.- ¿A qué distancia está un avión que vuela a 11 Km de altitud de un submarino que está a 850 m de profundidad?

Sol: 11.850 metros.

8.- En la cuenta del banco tenemos 1.250 €. Nos ingresan el salario 2.240 € y nos cargan el recibo de la luz, 83 €; el recibo de internet, 48€, y nos abonan una devolución de Amazon de 78 €. ¿Cuánto dinero tenemos ahora?

Sol: 3.437 €

9.- Compramos un congelador y cuando lo enchufamos a la red eléctrica está a la temperatura ambiente, que es de 22º C. Si cada hora baja la temperatura 5º C, ¿a qué temperatura estará al cabo de 6 horas?

Sol: -8°C

10.- He viajado desde Motril donde la temperatura era de 11 °C a Granada donde la temperatura es de -3 °C. a) ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?, b) Si Granada está a 734 m de altura y motril a 34 ¿cuantos metros tenemos que subir para que la temperatura baje un grado centígrado?

Sol: a) -14 grados; b) 50 metros

13.- Estoy en el piso 2º, bajo 3 pisos, subo 2, bajo 4, subo 6 y por último bajo 3, ¿en qué planta me encuentro?

Sol: En la planta baja.

14.- Un día de invierno amaneció a 3 grados bajo cero. A mediodía la temperatura subió 8 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las 4 hasta medianoche bajó 4 grados, y hasta las 6 de la mañana bajó 5 grados más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?

Sol: -2°C

La temperatura del aire baja al ascender en la atmósfera a razón de 9° C cada 800 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire arriba es de -81 °C mientras que la temperatura en tierra es de 27 °C?

La diferencia de temperaturas entre arriba y abajo es:

$$T_{\text{abajo}} - T_{\text{arriba}} = 27 - (-81) = 27 + 81 = 108 \text{ °C}$$

Como cada varía 9 °C cada 800 metros, vamos a calcular cuantas veces varía 9 grados dividiendo la diferencia de temperaturas, 108 °C entre los 9

°C: $108 : 9 = 12$ Por tanto, varía 9 grados 12 veces.

Para calcular la altura del avión, multiplicamos 800 metros por 12 veces:

$$800 \cdot 12 = 9.600 \text{ metros}$$

Así que, el avión vuela a 9.600 metros de altura.

15.- En un depósito hay 800 l de agua. Por la parte superior un tubo vierte en el depósito 25 l por minuto, y por la parte inferior por otro tubo salen 30 l por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá al cabo de 15 minutos?

Sol: 725 litros

16.- Camila tiene en el banco 73 €. Cada mes su padre le ingresa 21 € y ella saca para sus gastos 11 €. ¿Cuánto dinero tendrá Camila en su libreta al cabo de seis meses?

Sol: 133 €

17.- Un repartidor de pizzas gana 36€ cada día y gasta, por término medio, 5€ en gasolina y 10€ en reparaciones de la moto. Si además recibe 11€ de propina, ¿cuánto dinero le queda al final de mes (30 días)?

Sol: 960€

18.- Un edificio está formado por 4 sótanos, la planta baja y 11 pisos más. La altura de cada sótano es un metro mayor que la de cada piso. El sótano -4 está a una altura de -16 m. ¿Cuál es la altura del edificio?

Sol: 36 metros.

19.- En un museo, la visita es guiada y entran 25 personas cada 25 minutos. La visita dura 90 minutos. El primer grupo entra a las 9:00 a) ¿Cuántos visitantes hay dentro del museo a las 10:00? b) ¿Cuántos hay a las 11:15?

Sol: 75 personas; b) 100 personas

Un caracol se encuentra en el fondo de un pozo de 10 metros de altura. Empez a escalarlo y cada día sube 3 metros. Pero por la noche se duerme y resbala, de forma que cae dos metros hacia abajo. ¿Cuántos días necesita para salir del pozo?

Alguien puede pensar que son diez días porque entre los 3 que sube y los 2 que baja cada noche el resultado es un metro al día. Ahora bien. Cuando lleve siete días habrá conseguido escalar siete metros y entonces al día siguiente llega a la superficie con los tres metros que avanza. Ya no hay que considerar los dos metros que retrocedería por la noche.

Por lo tanto, necesita 8 días.

20.- Cada semana te dan 5 euros de paga, pero te gastas 3 euros. ¿Cuánto dinero tendrás acumulado dentro de 5 semanas, teniendo en cuenta que en una de ellas fue tu cumpleaños y te regalaron además 25 euros?

Sol: 35 €

ACTIVIDAD 2. FRACCIONES

Orden de prioridad en las operaciones:

1. Las expresiones encerradas entre paréntesis, de los interiores a los exteriores.
2. Las potencias y radicales.
3. Los productos y cocientes.
4. Las sumas y restas.

Cuando tengamos operaciones de igual prioridad se ejecutan de manera natural, es decir, de izquierda a derecha.

1. $1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$

2. $\frac{13}{2} - 2 + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

3. $\frac{7}{2} - 3 + \frac{9}{4} - \frac{1}{6}$

4. $\frac{7}{6} + \frac{5}{2} - 3 + \frac{1}{5}$

5. $3 + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{2}{3}$

6. $\frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{1}{4} + 3 + \frac{3}{4}$

7. $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

8. $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2}$

9. $3 + \frac{1}{4} : \frac{2}{3}$

10. $\frac{5}{3} - \frac{40}{3} : \frac{10}{9}$

11. $1 - \frac{8}{27} : \frac{16}{9}$

12. $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4}$

13. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{8}$

14. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{8} \right)$

15. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{8}$

16. $2 - \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \left(\frac{4}{5} + 3 \right) \right]$

17. $3 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \right) - \left(\frac{2}{5} + 1 \right)$

18. $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{11}{10}$

22. $\frac{3}{5} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$

23. $-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right)$

24. $3 - \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{8} \cdot (-2)$

25. $5 + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : 2$

26. $\frac{7}{4} + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{5} \right)$

27. $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) \cdot 2 - \frac{7}{8}$

28. $\frac{2}{5} + 5 - 2 : \left(\frac{2}{3} + 6 \right)$

29. $\frac{20}{3} : 2 - \left(2 + \frac{1}{4} \cdot 2 \right)$

30. $\left(3 + \frac{1}{5} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10} \right)$

31. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \left(1 - \frac{3}{4} \right)$

32. $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) : \frac{1}{2} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$

33. $3 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{1}{4} \right) + 2 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right)$

34. $\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} + 1 \right) - \frac{1}{5} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} : \frac{1}{6} \right)$

35. $\frac{7}{4} - \left[2 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) \right]$

36. $\left[3 - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right) \right] : \frac{1}{2}$

37. $\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{7}{3} - \left(\frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} \right) \right]$

SOLUCIONES

1. 11/24

2. 29/6

3. 31/12

4. 13/15

5. 7/3

6. 9/2

7. 1/4

8. 1/4

9. 27/8

10. -31/3

11. 5/6

12. 1/2

13. 77/120

14. 29/40

15. 13/20

16. 119/30

17. 29/15

18. 1/12

19. -2/35

20. 131/30

21. -149/15

22. 4/3

23. -1

24. 7/4

25. 41/8

26. 47/20

27. 7/8

28. 51/10

29. 5/6

30. 43/15

31. 19/6

32. 7

33. 10/3

34. 13/15

35. 11/12

36. 4

37. 1

38. 49/15

39. 5/3

40. 3/8

Algoritmo de resolución de Problemas:

- a) Lectura y comprensión del enunciado.
- b) Traducir el problema al lenguaje matemático mediante fracciones.
- c) Realizar las operaciones con fracciones sin olvidar el orden en la prioridad de las operaciones.
- d) Evaluar e interpretar la solución.

1.- Escribe las fracciones correspondientes: **a)** Medio kilo de naranjas. **b)** Tres cuartos de hora. **c)** Dos tercios de la clase. **d)** Tres partes de aceite y una de vinagre. **e)** Tres partes de agua y una de tierra.

Solución: a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

2.- El bronce es una aleación de cobre, estaño y cinc. De cada 100 partes de bronce, 88 son de cobre, 8 de estaño y 4 de cinc. Escribe como una fracción que parte hay en el bronce de cada uno de sus componentes.

Solución: $\frac{22}{25}$; $\frac{2}{25}$ y $\frac{1}{25}$

3.- Se dice que pasamos un tercio de nuestra vida durmiendo. Si vivimos 81 años, ¿cuánto tiempo habremos estado durmiendo?

Solución: 27 Años

4.- La suma de los alumnos de dos clases es 48. De estos alumnos, $\frac{1}{2}$ han elegido Astronomía, $\frac{1}{3}$ Informática y $\frac{1}{6}$ teatro. ¿Cuántos alumnos han elegido cada una de estas asignaturas?

Solución: 24 Astronomía, 16 Informática y 8 Teatro.

5.- Los alumnos de Quinto van a visitar una reserva de animales. Se sabe que van los $\frac{3}{4}$ y se quedan 36 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en 5º?

Solución: 144 Alumnos.

6.- Un cine tiene un aforo de 500 espectadores. Se han llenado los $\frac{7}{10}$ del aforo. **a)** ¿Cuántos espectadores han entrado? **b)** ¿Qué fracción falta por llenar? **c)** ¿Cuántos espectadores tendrían que entrar para llenar el aforo?

Sol: a) 350; b) $\frac{3}{10}$; c) 150

7.- Un sexto de los alumnos de una clase son 5. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Solución: 30 Alumnos.

8.- De los alumnos de primero han ido al teatro 72 de 108. Escribe este resultado con 3 fracciones equivalentes. ¿Cuántas respuestas posibles hay?

Solución: $\frac{36}{54}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{6}{9}$

9.- En las elecciones de un centro con 630 alumnos se presentan 3 candidatos para representar a los alumnos en el Consejo Escolar. Al primero le votan 2 de cada 6 alumnos, al segundo 3 de cada 9 y al tercero 5 de cada 15. ¿Quién ganó las elecciones?

Solución: Todos igual

10.- Las latas de refresco tienen un volumen de $\frac{1}{3}$ de litro. ¿Cuántas latas son necesarias para envasar 20.000 litros de refresco?

Solución: 60.000 botes

14.- Alberto ha fallado 3 penaltis de 5 y Carlos 4 de 7. ¿Quién tira mejor los penaltis?

Solución: Carlos

15.- Marisa dice que han aprobado 24 alumnos de 36, es decir, $\frac{24}{36}$. ¿Con qué otras fracciones de términos más sencillos se puede expresar este resultado?

Solución: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$

16.- Un profesor ha corregido $\frac{2}{5}$ de los exámenes con rotulador rojo y $\frac{1}{4}$ con bolígrafo azul. Si todavía le quedan por corregir 42, ¿cuántos tenía que corregir?

Sol: 120 exámenes

17.- En una cuestación para ayudar a los afectados por una riada han colaborado 120 alumnos de los 160 de primer curso y 90 de los 110 de segundo curso. ¿Qué curso ha colaborado más?

Solución: Los de segundo curso

18.- A pesar de la mayor proporción de mujeres que de hombres en la mayoría de los países, su participación en la política activa es muy inferior a la de éstos. De acuerdo con los datos siguientes, ordena los países según la participación femenina en sus parlamentos. España: $\frac{5}{18}$, Alemania: $\frac{1}{3}$, Suecia: $\frac{3}{7}$, EE.UU.: $\frac{7}{50}$, Italia: $\frac{1}{10}$, Francia: $\frac{8}{75}$.

Solución: Suecia, Alemania, España, EEUU, Francia e Italia.

Una aventurera ecologista realiza $\frac{3}{5}$ de un viaje en tren, $\frac{1}{3}$ en autobús y el resto en bicicleta. Si en bicicleta ha recorrido 20 km, ¿cuál es la longitud total de su recorrido?

Si nuestra amiga Dora realiza $\frac{3}{5}$ partes del viaje en tren y $\frac{1}{3}$ en autobús, en total habrá realizado:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{14}{15}$$

14 partes de un total de 15.

Luego si ya ha realizado 14 partes de 15, le quedará por realizar una parte de 15, que será lo que recorre en bicicleta:

$$\frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$$

Por tanto $\frac{1}{15}$ será lo que realiza en bicicleta, pero como además dice que en bicicleta ha recorrido 15 kilómetros, quiere esto decir que una quinceava parte del viaje son 20 km, por tanto todo el viaje será 15 veces 20 kilómetros.

Si $\frac{1}{15}$ del viaje son 20 km, (si una parte de 15 son 20 km) como todo el viaje son $\frac{15}{15}$, entonces bastará con multiplicar 20 kilómetros que es una parte por las 15 partes del viaje:

$$\frac{1}{15} \text{ son } 20 \text{ km} \rightarrow \frac{15}{15} = 15 \cdot \frac{1}{15} \text{ son } 15 \cdot 20 = 300 \text{ km}$$

Luego la longitud total del viaje es de 300 kilómetros.

19.- En una clase de 36 alumnos $\frac{1}{3}$ han elegido como optativa el idioma francés y $\frac{1}{6}$ el alemán. ¿Qué fracción de alumnos estudian idiomas? ¿Cuántos son?

Solución: La mitad estudia idiomas, 18 Alumnos.

20.- El martes, de los alumnos de Primero fueron al teatro $\frac{3}{8}$ y a un concierto $\frac{2}{5}$. ¿Han participado todos los alumnos? Si la respuesta es negativa, ¿qué fracción de alumnos no ha ido a ninguna actividad?

Solución: No, $\frac{9}{40}$ no han participado a ninguna actividad.

21.- ¿Cuántos vasos de un octavo de litro se necesitan para

ACTIVIDAD 3. DECIMALES

01.- Descompón los siguientes números decimales como suma de sus diferentes órdenes y como suma del valor posicional de sus cifras.

$$149,326 = 1C + 4D + 9U + 3d + 2c + 6m$$

$$= 100 + 40 + 9 + 0,3 + 0,02 + 0,006$$

- ◆ 3.050,59 =
- ◆ 64,438 =
- ◆ 140.070,048 =
- ◆ 1,476 =
- ◆ 350.006,05 =

02.- Realiza las siguientes sumas y restas en tu cuaderno:

- a) $23,05 + 0,371 + 1.250,1 = 1.273,521$
- b) $0,058 + 9,076 + 423,077 + 1,9 = 423,109$
- c) $9,907 + 12,760 + 42,078 = 64,745$
- d) $1 - 0,099 = 0,901$
- e) $230,46 - 9,091 = 221,369$
- f) $1.000 - 407,01 = 592,99$
- g) $35,0732 - 17,09 = 17,9832$
- h) $0,1 - 0,037 = 0,063$

03.- Ordena los siguientes decimales de mayor a menor.
13,05 - 3,5 - 13,23 - 3,003 - 3,37 - 13,47 - 3,21 - 13,31

04.- Realiza las siguientes multiplicaciones en tu cuaderno:

- a) $23.097,06 \times 70.600 =$
- b) $54,72 \times 0,068 = 3,72096$
- c) $9.176.000 \times 7,05 = 64.696.800$

09.- Calcula y aproxima a las milésimas:

- a) $24,7 : 1,63 = 15,153$
- b) $5,264 : 3,08 = 1,709$
- c) $961,02 : 0,47 = 2.044,723$
- d) $0,916 : 0,43 = 2,130$

10.- Realiza mediante la unidad seguida de ceros:

- a) $12,01 \times 1.000 =$
- b) $14,206 \times 100 =$
- c) $0,03 \times 10.000 =$
- d) $12,1 \times 100 =$
- e) $2.551 : 100 =$
- f) $42.700 : 10 =$
- g) $27,01 : 1.000 =$
- h) $0,02 : 10 =$

11.- Realiza las siguientes operaciones con decimales, teniendo en cuenta la prioridad de los operadores.

- a) $2,37 - (3,05 - 2,437) + 5,02 \cdot 0,1 = 2,259$
- b) $5,14 : 2 + 3,01 \cdot 0,4 + (2,13 - 1,23) = 4,674$
- c) $17 : 2 - 7,5 + (12 : 3 - 300 \cdot 0,01) = 2$
- d) $5,3 \cdot 4,2 + 3,8 - 0,05 = 22,51$

12.- Completa la siguiente tabla redondeando a la unidad especificada.

	Unidades	Décimas	centésimas
2,469	2	2,5	2,47
1,956	2	2,0	1,96
9,911	10	10,0	9,91
0,472		0,5	0,47
7,124	7	7,1	7,12
8,554	9	8,6	8,56

Pasos a seguir para la resolución de Problemas:

- a) Lee y, sobre todo, comprende el problema.
- b) Traduce el enunciado al lenguaje matemático, ayudándote de una tabla o dibujo.
- c) Realizar razonadamente las operaciones necesarias sin olvidar el orden en su prioridad.
- d) Evaluar e interpretar los resultados.

1.- Las distancias de las casas de cuatro amigos al instituto son: 1,295 - 1,234 - 1,874 y 1,527 kilómetros respectivamente. **a)** Ordena las distancias de las casas al instituto de mayor a menor. **b)** Redondea a las décimas cada una de las distancias

Sol: a) $1,874 > 1,527 > 1,295 > 1,234$ b) 1,9; 1,5; 1,3; 1,2

2.- Las alas de los aviones se construyen uniendo planchas de aluminio de 6,234 kilogramos. **a)** ¿Entre qué dos números decimales, con una sola cifra decimal, se encuentra el peso de la plancha? ¿De cuál de los dos números está más cerca el peso real? **b)** Haz lo mismo pero con dos cifras decimales.

Sol: a) $6,2 < 6,234 < 6,3$; de 6,2. b) $6,23 < 6,234 < 6,24$ de 6,23

3.- Los cuatro atletas del equipo de relevos de 4x100 consiguieron estos tiempos: 12,245 - 11,983 - 13,028 y 12,524 segundos. ¿Cuál fue el tiempo del equipo?

Sol: 49,780 segundos

4.- Pedro mide 1,62 m; Luisa 1,57 m y Elisa 1,63 m. Halla la diferencia de alturas entre Pedro, Luisa y Elisa.

Sol: Pedro-Luisa: 0,05 m; Elisa-Pedro: 0,01 m; Elisa-Luisa: 0,06 m

5.- Sara, Javier y Eva hacen un fondo común para ir a un concierto. Sara aporta 12,76 euros; Javier 9,91 euros y Eva 10,05 euros. **a)** ¿A cuánto asciende el fondo común? Si se gastan 3,75 euros en el transporte, **b)** ¿cuánto dinero les queda?

Sol: a) 32,72 €; b) 28,97 €

6.- Completa el cuadro sabiendo que la suma en

a) ¿Cuántos metros compró en total?; **b)** ¿Cuánto le costaron?; **c)** ¿Cuánto le sobró si pagó con 500€?

Sol: a) 18,25 metros; b) 313,73 €; c) 186,27 €

13.- El gasóleo en Marruecos cuesta 9,75 dh el litro, mientras que en España cuesta 1,42 € el litro. ¿Cuántos dirhams me ahorro si lleno el depósito de mi coche de 52 litros de capacidad, sabiendo que el cambio actual está a 1€ = 11,25 dh?

Sol: 323,70 dh

14.- La capacidad del depósito del autobús escolar es de 180,5 litros. Si llenar el depósito ha costado 249,09 euros, ¿cuánto cuesta el litro de gasóleo?

Sol: 1,38 €

15.- La distancia entre dos ciudades es 356,78 km. Si faltan por recorrer 124,6 Km, ¿cuántos metros se han recorrido?

Sol: 232.180 metros

16.- Para envolver un regalo necesitamos 1,65 metros de papel. Si cada metro cuesta 0,84 euros, ¿cuánto cuesta envolver el regalo?

Sol: 1,39 €

Tengo que pagar 192,75 € en tres plazos, en el primer plazo pago la mitad, en el segundo plazo, la tercera parte y en el tercero, el resto. Calcula cuánto pagaré en cada plazo.

- En el primer plazo pago: $192,75 : 2 = 96,38 €$
- En el segundo plazo pago: $192,75 : 3 = 64,25 €$
- En el tercer plazo pago: $192,75 - 96,38 - 64,25 = 32,12 €$

17.- El peso medio de 6 almendras es 0,004 kilogramos. ¿Cuántas almendras aproximadamente entrarán en un paquete de 0,5 kilogramos?

Sol: 750 almendras.

18.- Compramos 129 litros de aceite por 190 €, y lo envasamos en botellas de 1,5 litros. Si queremos ganar 87,25 €, calcula el precio de venta de cada botella.

Sol: 3,22 € la botella

ACTIVIDAD 4. POTENCIAS Y RAÍCES

Propiedades de las potencias													
Producto	Cociente												
$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$	$a^b : a^c = a^{b-c}$												
$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$	$a^c : b^c = (a : b)^c$												
Potencia	Potencia de Fracción												
$a^0 = 1$ $a^1 = a$	$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$												
$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$													
Propiedades de las Raíces cuadradas													
$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$													
Potencias de base negativa													
a^b	<table border="0"> <tr> <td>si $a > 0$</td> <td>+</td> <td>$(+)^3 = +8$</td> </tr> <tr> <td>si $a < 0$</td> <td> <table border="0"> <tr> <td>si b par</td> <td>+</td> <td>$(-)^4 = +16$</td> </tr> <tr> <td>si b impar</td> <td>-</td> <td>$(-)^3 = -8$</td> </tr> </table> </td> <td></td> </tr> </table>	si $a > 0$	+	$(+)^3 = +8$	si $a < 0$	<table border="0"> <tr> <td>si b par</td> <td>+</td> <td>$(-)^4 = +16$</td> </tr> <tr> <td>si b impar</td> <td>-</td> <td>$(-)^3 = -8$</td> </tr> </table>	si b par	+	$(-)^4 = +16$	si b impar	-	$(-)^3 = -8$	
si $a > 0$	+	$(+)^3 = +8$											
si $a < 0$	<table border="0"> <tr> <td>si b par</td> <td>+</td> <td>$(-)^4 = +16$</td> </tr> <tr> <td>si b impar</td> <td>-</td> <td>$(-)^3 = -8$</td> </tr> </table>	si b par	+	$(-)^4 = +16$	si b impar	-	$(-)^3 = -8$						
si b par	+	$(-)^4 = +16$											
si b impar	-	$(-)^3 = -8$											

1.- Calcula Aplicando las Propiedades de las potencias:

- a) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3$ b) $5^7 : 5^3$ c) $(5^3)^4$
 d) $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4$ e) $(3^4)^4$ f) $[(5^3)^4]^2$
 g) $(8^2)^3$ h) $(9^3)^2$ i) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$
 j) $2^7 : 2^6$ k) $(2^2)^4$ l) $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4$
 m) $(2^5)^4$ n) $[(2^3)^4]^0$ ñ) $(27^5)^5$

Sol: a) 3⁸; b) 5⁴; c) 5¹²; d) 30⁴; e) 3¹⁶; f) 5²⁸; g) 2¹⁸; h) 3¹²; i) 2²⁴; j) 2; k) 2⁸; l) 24⁴; m) 2²⁰; n) 1; ñ) 3¹⁰

2.- Calcula, teniendo cuidado con los signos:

- a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$ b) $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$
 c) $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^6$ d) $(-2)^5 : 2^3$
 e) $2^2 : (-2)^3$ f) $-2^6 : (-2)^3$
 g) $2^{-2} : 2^{-3}$ h) $(-2)^3 \cdot (-2)^7$

Sol: a) (-2)⁹; b) (-2)⁵; c) 2; d) -2²; e) -2⁵; f) 2³; g) 2; h) (-2)¹⁰

3.- ¿Qué signo tienen las potencias siguientes?

- a) 6^3 b) $(-3)^{12}$ c) 3^{21} d) $(-3)^{21}$
 e) $(-2)^4$ f) 5^{32} g) $(-3)^5$ h) 4^{51}
 i) 3^{35} j) $(-1)^{17}$ k) 3^{-3} l) $(-2)^{-3}$

4.- Calcula las siguientes potencias:

- a) 3^4 b) $(-1)^3$ c) $(-2)^3$ d) 2^5
 e) $(-2)^4$ f) -2^2 g) $(-3)^3$ h) 5^2

Sol: a) 81; b) -1; c) -8; d) 32; e) 16; f) -4; g) -27; h) 25

5.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia:

- a) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3)^3$ b) $(3^2 \cdot 5^3)^3$ c) $(5^3 \cdot 2^2 \cdot 4^3)^2$

Sol: a) 2¹²·3⁶·5⁹; b) 3⁶·5⁹; c) 5⁶·2¹⁶

6.- Reduce a una única potencia:

- a) $x^4 \cdot x^6$ b) $(-m)^3 \cdot (-m)^4$ c) $m^8 : m^6$
 d) $x^7 : x^6$ e) $(-4)^7 : (4^2)^2$ f) $(m^4)^3$
 g) $(a^{10} : a^6)^2$ h) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$ i) $(-x^2)^5$
 j) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$ k) $(5^2 \cdot 5^4) : 5^3$ l) $(2^4)^3 : 2^7$
 m) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$ n) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

Sol: a) x¹⁰; b) -m⁷; c) m²; d) x; e) -4⁵; f) m¹²; g) a⁸; h) x⁷; i) -x¹⁰; j) x³; k) 5⁵; l) 2⁵; m) 5⁴; n) -3⁸

7.- Reduce a una única potencia:

- a) $(a^2 \cdot a^3 \cdot a)^3 \cdot (a^2 \cdot a^3 \cdot a^0)$ b) $2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$ c) $3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$

Sol: a) a²⁵; b) 2²; c) 3⁶

8.- Calcula:

- a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$ b) $[(-2^6) \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$
 c) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$ d) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

Sol: a) 5⁵; b) -2³; c) 7; d) 3⁴

9.- Opera y calcula:

- a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$ b) $(-12)^7 : [(-3^5 \cdot 4^5)]$
 c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$ d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$
 e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$ f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

Sol: a) 10²; b) 12⁷; c) 18; d) -20⁴; e) 2³; f) -5

10.- Reduce a una única potencia:

- a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$ b) $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$
 c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$ d) $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$

Sol: a) 10³; b) 2²; c) 6; d) 3⁴

11.- Calcula, si es posible, las siguientes raíces:

- a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{8^2}$ c) $\sqrt{-49}$ d) $\sqrt{15^2}$
 e) $\sqrt{169}$ f) $\sqrt{-225}$ g) $\sqrt{2500}$ h) $\sqrt{50^2}$
 i) $\sqrt{-x^2}$ j) $\sqrt{x^2}$ k) $\sqrt{-144^2}$ l) $\sqrt{a^4}$
 m) $\sqrt{(-2)^2}$ n) $\sqrt{-a^4}$ ñ) $\sqrt{(-a)^4}$ o) $\sqrt{m^6}$
 p) $\sqrt{-81}$ q) $\sqrt{(-m)^6}$ r) $\sqrt{-a^4}$ s) $\sqrt{-m^6}$

Sol: a) 7; b) 8; c) No; d) 15; e) 13; f) No; g) 50; h) 50; i) No; j) x; k) -144; l) a²; m) 2; n) no; ñ) a²; o) m³; p) no; q) m³; r) no; s) no

12.- Calcula:

- a) $(4^6 : 4^3) \cdot (4^4 : 4)$ b) $(36^5 : 6^4) : (2^4 \cdot 3^4)$
 c) $x \cdot (x^9 : x^3) : x^3$ d) $[(2^8 : 4^2) : 5^0] : 8$
 e) $16^4 : 4^7 \cdot 8^3$ f) $(-m^8 + m^3) \div (-m^2)$
 g) $4^3 - 5^2 + 3^0$ h) $\sqrt{144} - \sqrt{121}$
 i) $6^3 + 6^2 + 5^2 \cdot 5$ j) $[(3^{11} : 9^2) : 27^2] : 81^3$
 k) $[2^7 \cdot (-3)^7] \div 36^2$ l) $m^{10} : (m^3)^3 \cdot p$
 m) $[(-k)^9 : k^5] : (-k)^3$ n) $(25^5 \cdot (-4)^5) : (-10)^3$

Sol: a) 4⁶; b) 6²; c) x⁴; d) 2⁴; e) 2⁸; f) m⁵; g) 40; h) 1; i) 131; j) 3; k) -6³; l) m·p; m) k; n) 10⁷

13.- Realiza las siguientes operaciones combinadas y calcula el resultado: (usa potencias si es necesario)

- a) $3 \cdot 4^2 - 3^2 : 3^0 + \sqrt{81} : 3^2 =$
 b) $5 \cdot (7-2)^2 : 25 - 4^4 : 4^3 + \sqrt{36} : 6 =$
 c) $5^2 + 5^3 - 5 + 5^0 =$
 d) $25 - 5 \cdot 2 + 8^4 : 4^5 + 2 \cdot \sqrt{49} =$
 e) $(-30)^7 : (-6)^7$ f) $8^4 : (-4)^4$ g) $\frac{9^5}{3^5}$ h) $(-(-2)^3)^4$
 i) $(-10)^3 \cdot (-10)^4 \cdot 10^3 : 100^2$ j) $16^2 \cdot 8^3 : (-4)^3$
 k) $625 \cdot 25^2 : 125$ l) $(-100)^3 \cdot (-1000)^2 : (-10)^7$

Sol: a) 40; b) 2; c) 146; d) 33; e) 5⁷; f) 2⁴; g) 3⁵; h) -10⁶; i) -2²⁵; k) 5⁵; l) 10²

ACTIVIDAD 5. PROPORCIONALIDAD

Algoritmo de resolución de problemas de Proporcionalidad

Para resolver problemas de proporcionalidad hemos de:

- a) Leer y comprender el enunciado del problema.
- b) Crear una tabla de doble entrada con las magnitudes del problema, poniendo x en la magnitud a calcular.
- c) Discutir si son magnitudes directa o inversamente proporcionales.
- d) Escribir la proporción teniendo en cuenta que:
 - 1) Si es Directa, escribimos la proporción con los números tal y como aparecen en la tabla.
 - 2) Si es Inversa, escribimos la proporción con la fracción inversa de una de las dos magnitudes (la que tiene a la x)
- e) Resolver la proporción y analizar su resultado.

01.- Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

- a) Número de horas trabajadas y dinero cobrado.
- b) Número de horas que un alumno ve la televisión y número de horas de estudio.
- c) Número de personas que comen y cantidad de alimento.
- d) El número de hojas de un libro y su peso.
- e) Número de personas que participan en la compra de un regalo y dinero que aportan.
- f) La edad de un alumno y su altura.

Sol: a) Si; b) No; c) Si; d) Si; e) No; f) No

02.- Completa las siguientes tablas de valores:

a)

3	6	12	24	48
4	8	16	32	64

b)

4	8	12	16	4820
1	2	3	4	1205

03.- Dos kilos de naranjas cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 5 kg? ¿Y 12 kg?

Sol: a) 3,75€; b) 9€

De 5 kilos de olivas se han obtenido 3,2 litros de aceite. ¿Cuántos litros se obtendrán de una tonelada y media de aceitunas?

Si representamos los datos en una tabla:

Kilos de olivas	Litros de aceite
5 kilos	3,2 litros
1.500 kilos	x

A más kilos de aceitunas, se obtendrá más aceite. Proporcionalidad directa.

$$\frac{5 \text{ kg}}{3,2 \text{ l}} = \frac{1500 \text{ kg}}{x} \rightarrow x = \frac{1500 \cdot 3,2}{5} = 960$$

Se obtendrán 960 litros de aceite.

04.- En una obra, dos obreros realizan una zanja de 5 m. Si mantienen el mismo ritmo de trabajo, ¿cuántos metros abrirán si se incorporan 3 obreros más?

Sol: 12,5 metros

05.- El precio de 12 fotocopias es de 0,50 €. ¿Cuánto costará hacer 30 fotocopias?

Sol: 1,25 €

06.- Un ciclista recorre 75 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?

Sol: 187,5 km

07.- Un túnel de lavado limpia 12 coches en una hora (60 minutos). ¿Cuánto tiempo tardará en lavar 25 coches? ¿Y 50 coches?

Sol: a) 2 h y 5 min; b) 4 h y 10 min

08.- Diez barras de pan cuestan 4,75 €. ¿Cuánto costarán 18 barras? ¿Y 24 barras?

Sol: a) 8,55 €; b) 11,4 €

11.- 5 botellas de leche cuestan 3,75 €, ¿cuánto costará una caja de 12 botellas? ¿Y una caja de 36 botellas?

Sol: a) 9 €; b) 27 €

12.- Completa las siguientes tablas de valores.

a)

5	10	20	4	12	60
60	30	15	75	25	5

b)

8	2	6	3	1	6
3	12	4	8	24	4

c)

1	2	3	4	9	
36		12	9	6	4

d)

6	3	21	7	42	1
7	14	2	6	1	42

13.- 10 albañiles tardan 45 días en construir un muro. Si se quiere terminar en 15 días, ¿cuántos albañiles harían falta? ¿y si se quiere terminar en 5 días?

Sol: a) 30 albañiles; b) 90 Albañiles

14.- Isabel ha comprado al principio de curso 7 cuadernos que le han costado 6,30 euros. ¿Cuánto se gastó María si compró 5 cuadernos?

Sol: 4,50 €.

15.- Un depósito de agua se llena en 18 horas con un grifo del que salen 360 litros de agua cada minuto. a) ¿Cuánto tardaría en llenarse el depósito si salieran 270 litros por minuto? b) ¿Y si fueran 648 l/min?

Sol: a) 24 horas; b) 10 horas

16.- Sabiendo que dispongo de una determinada cantidad de dinero y que con ella puedo comprar 6 prendas a 4.000 € cada una. ¿Cuántas prendas podría comprar si me costaran 3.000 € cada una?

Sol: 8 prendas.

17.- Seis personas efectúan un trabajo en 10 días. ¿Cuánto tardarán en hacerlo ocho personas?

Sol: 7,5 días.

18.- Indica si las siguientes magnitudes son o no inversamente proporcionales.

- a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.
- b) El número de limpiadores de un edificio y el tiempo que tardan.
- c) El número de ladrillos de una pared y su altura.
- d) El peso de la fruta y el dinero que cuesta.
- e) La velocidad de un corredor y la distancia que recorre.
- f) El n° de grifos de un depósito y el tiempo que tarda en llenarse.

Sol: a) Si; b) Si; c) No; d) No; e) No; f) Si

19.- Tres niños pintan una valla en 2 horas. Si se incorpora uno más, ¿cuánto tiempo tardarán en pintarla?

Sol: Una hora y media

20.- Si 20 obreros levantan un muro de ladrillos en 6 días, ¿cuántos días tardarían 12 obreros?

Sol: 10 días

Un tractor, trabajando 8 horas al día, labra un campo en 9 días. ¿Cuántas horas diarias debe trabajar para realizar el trabajo en solo 6 días?

Si representamos los datos en una tabla:

Horas al día	Días
8 horas	9 días
x	6 días

Para tardar menos días tendrá que trabajar más horas diarias, por tanto, se trata de una proporcionalidad Inversa.

$$8 \cdot 9 = x \cdot 6 \rightarrow x = \frac{8 \cdot 9}{6} = 12$$

Tendrá que trabajar 12 horas diarias.

ACTIVIDAD 6. PORCENTAJES

Algoritmo de resolución de Problemas de Porcentajes:

Un porcentaje se representa con el símbolo: % $\% = \frac{\text{parte}}{\text{total}} \cdot 100$
 Un porcentaje maneja tres elementos: un **total**, un **tanto por ciento** y una **parte** del total.

Conocidos el total y el porcentaje, la parte la calcularemos multiplicando el porcentaje por el total: **Parte = % · Total**

Conocidos la parte y el porcentaje, el total lo calcularemos haciendo una proporción.

Conocidos la parte y el total, el porcentaje lo calcularemos dividiendo la parte entre el total y multiplicándolo por 100.

01.- De un colegio con 600 alumnos, el 50% son de Educación Primaria, el 35% de ESO y el 15% de Bachillerato. Halla el número de alumnos de cada nivel educativo.

Sol: 300 de primaria, 210 de ESO y 90 de Bachillerato.

02.- Una fábrica produce 1.500 automóviles al mes. El 25% son furgonetas, el 60% turismos y el resto monovolúmenes. Halla las unidades producidas de cada tipo de automóvil.

Sol: 375 furgonetas, 900 turismos y 225 monovolúmenes.

03.- En una reunión hay un 60% de mujeres. Si hay 12 mujeres, calcula el número total de personas que han asistido a la reunión.

Sol: 20 personas.

04.- En un instituto de 1.200 alumnos se han publicado los resultados de una encuesta sobre música: el 30% de ellos prefieren música tecno, el 25% pop, un 40% rock, y el resto reguetón. Calcula los alumnos que prefieren cada modalidad musical y el porcentaje de los que eligen la música melódica.

Sol: 360 tecno, 300 pop, 480 rock y 60 reguetón.

Una empresa de limpieza tiene 180 empleados, de los cuales el 35% trabaja en el turno de noche. ¿Cuántos empleados hay en el turno de noche?

$$\text{Parte} = \% \cdot \text{Total} \rightarrow 35\% \cdot 180 = \frac{35}{100} \cdot 180 = \frac{180 \cdot 35}{100} = 180 \cdot 0,35 = 63$$

Por tanto, en el turno de noche hay 63 empleados.

05.- Un pantano tiene una capacidad total de 5 millones de metros cúbicos de agua. Actualmente está lleno al 75% de su capacidad. Calcula los metros cúbicos de agua que contiene.

Sol: 3.750.000 metros cúbicos.

06.- El cuaderno de Anastasio tenía originalmente 80 páginas, pero ha usado el 40% y ha arrancado el 25%. ¿Cuántas páginas quedan disponibles? ¿Qué porcentaje del total representan?

Sol: 28 páginas. b) 35%.

07.- Un billete de avión a París costaba el verano pasado 460 €. Si este año ha subido un 20%, ¿cuánto cuesta ahora el billete?

Sol: Este año el billete cuesta 552 €

08.- Una tienda pone una oferta con una rebaja del 15%. Si un televisor está marcado en 900 €, ¿qué rebaja me harán? ¿Cuánto voy a pagar por el televisor?

13.- He comprado una bicicleta por 250 €. Si quiero ganarme un 32%, ¿a cómo debo venderla?

Sol: Debo vender la bicicleta por 330 €.

14.- Unas zapatillas que tienen un 30% de rebaja me han costado 42 €, ¿cuánto costaban antes de la rebaja?

Sol: Las zapatillas costaban antes de las rebajas 60 €

15.- En distintos supermercados nos hemos encontrado las siguientes ofertas. Decidir razonadamente la que más interesa al consumidor: a) Pague dos y llévase tres. b) Pague tres y llévase cuatro. c) La segunda unidad a mitad de precio.

Sol: a) paga: 66,67%, rebaja: 33,33% b) paga: 75%, rebaja: 25% c) paga: 75%, rebaja: 25%

Una empresa de limpieza tiene 63 empleados en el turno de noche, lo que supone el 35% de la plantilla. ¿Cuántos empleados componen el total de la plantilla?

Empleados	Porcentaje
63	35%
x	100%

$$\rightarrow \frac{63}{x} = \frac{35}{100} \rightarrow x = \frac{63 \cdot 100}{35} = 180$$

Por tanto, la plantilla la componen 180 empleados

16.- En el trayecto Madrid-Zaragoza con el AVE, si el tren llega con un retraso superior al 12% del tiempo establecido te devuelven el precio del billete. Si el tiempo previsto para ese viaje es de 1h 50m y hoy ha tardado 2h 5m, ¿tendrán derecho a devolución?

Sol: Si.

17.- Una familia compra un frigorífico que cuesta 840 € pagando una entrada del 30% al contado y el resto en 6 letras. ¿Cuál es el importe de cada letra?

Sol: Cada mes pagarán 98 €.

18.- La factura de dos meses de luz de una familia es de 65 euros, a falta de añadir el 21% de I.V.A. ¿Cuánto supone el I.V.A.? ¿Cuál es el precio final de la factura?

Sol: I.V.A.: 13,65 €. Precio final: 78,65 €

19.- Recojo el coche del taller y la factura asciende a 80 euros. Por pagarlo al contado me hacen un descuento del 7%. ¿Cuánto me han descontado? ¿Cuánto he pagado?

Sol: Descuento: 5,6 € Precio final: 74,4 €

20.- Un reloj valía 32 euros, pero el relojero me lo ha rebajado y he pagado finalmente 28.80 euros. ¿Qué tanto por ciento me han rebajado?

Sol: Le han rebajado el 10%

Una empresa de limpieza tiene 180 empleados, de los cuales 63 trabaja en el turno de noche. ¿Qué porcentaje de los empleados trabaja en el turno de noche?

Empleados	Porcentaje
180	100%
63	x

$$\frac{180}{63} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{63 \cdot 100}{180} = \frac{63}{180} \cdot 100 = 35\%$$

Por tanto, el 35% de los empleados está en el turno de noche.

SEGUNDA PRUEBA:

ACTIVIDAD 7. POLINOMIOS

1.- Reduce todo lo posible:

- a) $x^2 + 4 + x^2 + 1$ e) $3x + (3x - 1)$
 b) $3x^2 + 4 - x^2 + 2x - 5$ f) $(4x + 2) - (3x + 4)$
 c) $10 - 3x + x^2 - 7 - 4x$ g) $(6x^2 - x) - (3x^2 - 5x + 6)$
 d) $5x^2 - 3 - 4x^2 + 1 - 2x$ h) $(x - 3) - (x^2 + 2x + 1)$

Sol: a) $2x^2 + 5$; b) $2x^2 + 2x - 1$; c) $x^2 - 7x + 3$;
 d) $x^2 - 2x - 2$; e) $6x - 1$; f) $x - 2$; g) $3x^2 + 4x - 6$; h) $-x^2 - x - 4$

2.- Calcula:

- a) $3 \cdot (2x + 5)$ f) $(2x - 3) \cdot (x + 4)$
 b) $7 \cdot (x^3 - 3x)$ g) $(4 - x) \cdot (2x - 1)$
 c) $x^2 \cdot (5x - 3)$ h) $5x \cdot (x^2 + x - 3)$
 d) $3x^2 \cdot (x^2 - 2x)$ i) $(3x - 2) \cdot (2x^2 + 4x - 3)$
 e) $(x^2 + 2x - 3) \cdot (3x^3 + 5x^2 - 4)$ j) $(x^3 - 2x^2) \cdot (3x^6 - 2x^4)$

Sol: a) $6x + 15$; b) $7x^3 - 21x$; c) $5x^3 - 3x^2$; d) $3x^4 - 6x^3$; e) $3x^6 + 11x^4 + x^3 - 19x^2 - 8x + 12$;
 f) $2x^2 + 5x - 12$; g) $-2x^2 + 9x - 4$; h) $5x^3 + 5x^2 - 15x$; i) $6x^3 + 8x^2 - 17x + 6$; j) $3x^9 - 6x^8 - 2x^7 + 4x^6$

3.- En los siguientes polinomios, indica el grado y el valor numérico según los casos:

P(x)	Grado	P(0)	P(-2)	P(1/2)
$8x^3 + 5x^4 - 3x + 1$				
$2 + 3x - 9x^2 + 5x^3$				
$3x - 3x^2 - 2 + 9x^3$				
$y + 7y^2 - 4y$				

4.- Reduce las siguientes expresiones:

- a) $2x^2 - 4 + 3x - 3x^2$ d) $7 - 3(x^2 - 1) + 2(x - 3) - 4x + x^2$
 b) $3x - 4x^2 - 4 - 5x + 3x^2$ e) $2x^3 - 3x^3 - 2(x - x^3) + 4x - 2x^3$
 c) $6x - 3x^3 - 4 - 4x^3 + 4x$ f) $3x^2 - 3 + 4x - 5 + 3x^2$

Sol: a) $-x^2 + 3x - 4$; b) $-x^2 - 2x - 4$; c) $-7x^3 + 10x - 4$;
 d) $-2x^2 - 2x + 4$; e) $-x^3 + 2x$; f) $6x^2 + 4x - 8$

5.- Efectúa y reduce:

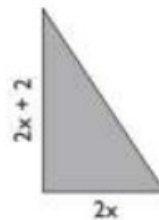
- a) $2x^2 \cdot 3x - 2x \cdot x^2 =$ d) $7x^2 - 3x(-2x) + 5x^2 =$
 b) $3x - 2(7x - 5) =$ e) $4x(x - 2) - 3x(x - 1) =$
 c) $x^2(3x - 2) + 3x^3 =$ f) $6x(-3x^2) - 5x^2(-2x) =$

Sol: a) $4x^3$; b) $-11x + 10$; c) $6x^3 - 2x^2$; d) $18x^2$; e) $x^2 - 5x$; f) $-8x^3$

6.- Opera y reduce las siguientes expresiones:

- a) $2x^2 - 3x(2x^2 - 3x) + 2(x^2 - 2x) =$ d) $(x^2 - 3x + 2) \cdot (3x - 2)$
 b) $3x(3 - x) + 4(x^2 - 3x) =$ e) $(x - 3)(x^2 - 3x + 1)$
 c) $x^2 - 3x(-5x) - x(x - 3x) =$ f) $(x - 3)(-2x + 3)$

Sol: a) $-6x^3 + 13x^2 - 4x$; b) $x^2 - 3x$; c) $18x^2$; d) $3x^3 - 11x^2 + 12x - 4$;
 e) $x^3 - 6x^2 + 10x - 3$; f) $-2x^2 + 9x - 9$



Sol: $T(x) = 2x^2 + 2x$; $C(x) = x^2 + 10x + 25$

11.- Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2$ $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$
 $R(x) = 2x^2 + 4x - 5$ $S(x) = x^2 + 1$

Calcula:

- a) $P(x) + Q(x)$ b) $2 \cdot P(x) - 3Q(x) + 4 \cdot R(x)$ c) $2 \cdot P(x) \cdot R(x)$
 d) $3[P(x) \cdot Q(x)] - 2 \cdot S(x)$ e) $P(x) \cdot S(x) - R(x)$

Sol: a) $3x^4 - 5x^3 - 2x^2 + x - 1$; b) $6x^5 - 15x^4 + 14x^3 + 33x^2 - 27$; c) $12x^6 - 78x^4 + 76x^3 + 24x^2 - 56x + 20$;
 d) $9x^7 - 36x^6 + 9x^5 + 74x^4 - 48x^3 - 26x^2 + 30x - 8$; e) $3x^6 - 6x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 3$

12.- Sean los polinomios $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$, $Q(x) = 2x^2 - 2x + 1$ y $R(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 1$, opera:

- a) $P + Q$ b) $P - Q + R$ c) $2P - 3R$ d) $P \cdot Q - R$
 e) $P + Q - R$ f) $Q \cdot (2P - R)$ g) Q^2 h) $R \cdot Q$

Sol: a) $x^3 + x^2 - 5x + 2$; b) $3x^3 - 9x^2 + 5x - 1$; c) $-4x^3 + 16x^2 - 24x + 5$;
 d) $2x^5 - 4x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 11x + 2$; e) $-x^3 + 7x^2 - 11x + 3$;
 f) $8x^4 - 32x^3 + 34x^2 - 18x + 3$; g) $4x^5 - 16x^4 + 26x^3 - 20x^2 + 8x - 1$

13.- Sacando factor común y con ayuda de las identidades notables, factoriza los polinomios dados:

- a) $x^4 - x^3 - x^2 + x$ b) $3x^3 + 3x^2 - 18x$
 c) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$ d) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
 e) $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$ f) $2x^3 - 2x^2 - 12x$
 g) $3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 6x + 3$ h) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
 i) $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$ j) $4x^4 - 6x^3 + 2x^2$

Sol: a) $x^3(x-1)$; b) $(x+3) \cdot (x-2) \cdot 3x$; c) $(x-1) \cdot (x+4) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$;
 d) $(x^2+1) \cdot (x-2) \cdot (x-1)$; e) $x^2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)$; f) $(x+2)(x-3) \cdot 2x$;
 g) $3(x+1)^2(x^2+1)$; h) $(x-2)(x-1)(x+1)(x+3)$; i) $(x+1)(x+2)(x^2+2)$;
 j) $2x^2(x-1)(2x-1)$

14.- Utiliza las identidades notables para desarrollar estas expresiones algebraicas:

- a) $(3x - 6)^2$ b) $(3x + 3)^2$ c) $(y^2 - 1)(y^2 + 1)$
 d) $(2x - y)^2$ e) $(3a + 2b)^2$ f) $(1 + 3x^2)(1 - 3x^2)$

ACTIVIDAD 8. ECUACIONES

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $2x - 34 = -20$ | b) $9x + 8 = 7x + 6$ | c) $4x + 3 = 3x + 5$ |
| d) $7x + 9 = 3 + 9x$ | e) $x - 8 = 2x - 11$ | f) $x + 1 = 2x - 7$ |
| g) $6x + 6 = 4 + 8x$ | h) $9 + 9x = 17 + 5x$ | i) $2x + 3 = 3x$ |
| j) $25 - 2x = 3x + 20$ | k) $4x + 1 = 3x + 3$ | l) $5x - 3 = 10x - 6$ |
| m) $1 + 8x = 31 - 16x$ | n) $5x - 11 = 15x - 19$ | ñ) $48 - 18x = 9x + 30$ |
| o) $2x + 17 = 3x + 7$ | p) $10 - 5x = x - 2$ | q) $70 - 3x = 4x$ |
| r) $48 - 3x = 5x$ | s) $30 - 4x = -3x - 10$ | t) $10x - 15 = 4x + 27$ |
| u) $3x + 1 = 6x - 8$ | v) $47 - 3x = 5 + 11x$ | w) $30 - 9x = 21 - 7x$ |
| x) $3x - 10 = 2x + 1$ | y) $25 - 2x = 3x - 35$ | z) $75 - 5x = 3x + 3$ |
| A) $5 + 8x = 2x + 20$ | B) $2x - 3 = x + 5$ | y) $2 - 6x = 3x - 1$ |

Sol: a) 7; b) -1; c) 2; d) 3; e) 3; f) 8; g) 1; h) 2; i) 3; j) 1; k) 2; l) 3/5; m) 5/4; n) 4/5; ñ) 2/3; o) 10; p) 2; q) 10; r) 6; s) 40; t) 7; u) 3; v) 3; w) 9/2; x) 11; y) 12; z) 9; a) 5/2; ß) 8; y) 1/3

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis y corchetes:

- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $x - 3(x - 2) = 6x - 2$ | b) $3x - 7 = 2(x + 1)$ | c) $2(2 + 4x) = 3 + 12x$ |
| d) $5x = 7(5x - 3) + 3$ | e) $2(x - 5) = 3x - 17$ | f) $2 + 5(x - 13) = x - 3$ |
| g) $2x - 1 = 3(2x - 15)$ | h) $2(x - 2) = -(4 - x)$ | i) $2(3x - 49) = -x + 14$ |
| j) $20 = 2x - (10 - 4x)$ | k) $60x - 1 = 3(1 + 12x)$ | l) $5(x - 1) + 10(x + 2) = 45$ |
| m) $2x + 3(2x - 1) = x + 67$ | n) $12x + 3(2x - 4) = 60$ | ñ) $3x - (x + 1) = x - 2$ |
| o) $x - 3(x + 5) = 3x + 10$ | p) $(x - 15) = 3(x - 19)$ | q) $3(2 - x) = 18x - 1$ |
| r) $3(x + 4) = 4x + 1$ | s) $10 + 5(x - 3) = 3(x + 1)$ | t) $2(3 - 4x) = 2x - 9$ |
| u) $10 - 9x = 4[x - 4]$ | v) $15x = 2[1 + 9x] - 3$ | w) $3[10 - x] = 2[8 - x] + 13x$ |
| x) $x + 3 = 3[2x - 4]$ | y) $3[2x - (3x + 1)] = x + 1$ | z) $6x + 4 = 4[2x - 5(x - 2)]$ |

Sol: a) 1; b) 9; c) x; d) 3/5; e) 7; f) 15; g) 11; h) 0; i) 16; j) 5; k) 1/6; l) 2; m) 10; n) 4; ñ) -1; o) -5; p) 21; q) 1/3; r) 11; s) 4; t) 3/2; u) 2; v) 1/3; w) 1; x) 3; y) -1; z) 2.

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores:

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\frac{3x}{2} + 2 = x + 4$ | b) $x - 8 = \frac{x}{2} - \frac{x - 6}{3}$ | c) $x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{7} + 3$ |
| d) $2\left(\frac{x + 5}{3}\right) = x + 3$ | e) $\frac{9x}{4} - 6 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$ | f) $\frac{5x}{6} - \frac{3x}{4} = x - 11$ |
| g) $\frac{3x}{5} - 7 = \frac{2x}{6} + 1$ | h) $x - 10 = \frac{5}{9}(x - 6)$ | i) $\frac{x}{3} + x = 10 + \frac{2x}{9}$ |
| j) $\frac{3x}{2} + 1 = 12 - \frac{x}{3}$ | k) $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = x - 3$ | l) $4x - 7 = \frac{5x - 6}{4}$ |
| m) $\frac{x + 2}{3} = 5x - 4$ | n) $\frac{2x - 10}{3x - 20} = \frac{7}{8}$ | ñ) $\frac{x}{4} + \frac{3x}{6} + x = 21$ |
| o) $\frac{x}{4} - \frac{13}{6} = \frac{5x}{2} - \frac{5}{6}$ | p) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 94$ | q) $\frac{x}{3} + 10 = \frac{x}{5} + 16$ |
| r) $\frac{x - 7}{x + 3} = \frac{10}{x + 3} - 3$ | s) $3x - 9 + \frac{x}{5} = 2x - 3$ | t) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{30}$ |
| u) $\frac{3}{x - 1} = \frac{x}{x - 1} - 1$ | v) $\frac{5x}{8} - 5(x - 20) = \frac{18 - 2x}{6}$ | w) $x + \frac{x + 1}{5} = x + \frac{x}{2}$ |

Sol: a) 4; b) 12; c) 28; d) 1; e) 4; f) 12; g) 30; h) 15; i) 9; j) 6; k) 10; l) 2; m) 1; n) 12; ñ) 12; o) -16/27; p) 120; q) 45; r) 2; s) 5; t) 60; u) 2; v) 24; w) 2/3

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- a) $x^2 - 7x + 12 = 0$
- b) $x^2 - 9x + 18 = 0$
- c) $x^2 - 5x + 6 = 0$
- d) $x^2 + 8x + 15 = 0$
- e) $x^2 - 6x - 27 = 0$
- f) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- g) $x^2 + 6x = -9$
- h) $4x^2 + 4x = 3$
- i) $x^2 - 9x + 14 = 0$
- j) $x^2 - 6x + 8 = 0$
- k) $2x^2 + 10x - 48 = 0$
- l) $x^2 - x = 20$
- m) $x^2 = 5x + 6$
- n) $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- ñ) $x^2 + 10x + 25 = 0$
- o) $x^2 + 9 = 10x$
- p) $3x^2 - 39x + 108 = 0$
- q) $2x^2 - 9x + 9 = 0$
- r) $3x^2 + 2x = 8$
- s) $4x^2 + 12x + 9 = 0$
- t) $5x^2 + 1 = 6x$
- u) $6x^2 + 1 = 5x$
- v) $6x^2 - 6 = 5x$
- w) $2x^2 + 7x + 6 = 0$
- x) $x^2 = 2x + 3$
- y) $4x^2 + 3 = 8x$
- z) $x^2 - x + 1/4 = 0$

Sol: a) 3 y 4; b) 3 y 6; c) 2 y 3; d) -5 y -3; e) -3 y 9; f) 3; g) -3; h) $\frac{1}{2}$ y $-\frac{3}{2}$; i) 2 y 7; j) 4 y 2; k) 3 y -8; l) -4 y 5; m) 6 y -1; n) 1 y $\frac{3}{2}$; ñ) -5; o) 1 y 9; p) 4 y 9; q) 3 y $\frac{3}{2}$; r) -2 y $\frac{4}{3}$; s) -3/2; t) 1 y $\frac{1}{5}$; u) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$; v) $-\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$; w) -2 y $-\frac{3}{2}$; x) -1 y 3; y) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{2}$; z) $\frac{1}{2}$.

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

- a) $3x^2 + 2x = 8$
- d) $7x^2 - x = 2x - x^2$
- g) $x^2 - 6x = 0$
- j) $3x^2 + 9x = 0$
- b) $4x^2 - x = 0$
- e) $3x - 6x^2 = 2x^2 - 5x$
- h) $3x^2 = 4x$
- k) $4x^2 - 16 = 0$
- c) $2x^2 + 3x = -5x$
- f) $x^2 + 4 = 0$
- i) $81 = 9x^2$
- l) $5x^2 - 125x = 0$

Sol: a) $x=±3$; b) $x_1=0$; $x_2=1/4$; c) $x_1=0$; $x_2=-4$; d) $x_1=0$; $x_2=3/8$; e) $x_1=0$; $x_2=1$; f) No sol. g) $x_1=0$; $x_2=6$; h) $x_1=0$; $x_2=4/3$; i) $x=±3$; j) $x_1=0$; $x_2=-3$; k) $x=±2$; l) $x_1=0$; $x_2=25$

Algoritmo de resolución de Problemas de Ecuaciones:

- a) Lectura y comprensión del enunciado
- b) Traducción del problema al lenguaje algebraico.
- c) Planteamiento de la Ecuación.
- d) Resolución de la ecuación con precisión.
- e) Evaluación e interpretación de los resultados con los datos del enunciado.

Problemas de Números

- 1.- Tres números consecutivos suman 51, ¿Cuáles son esos números?
Solución: 16, 17 y 18
- 2.- Calcula el número que sumado con su anterior y con su siguiente da 114.
Solución: 38
- 3.- Calcula el número que se triplica al sumarle 26.
Solución: 13
- 4.- Halla un número cuyo triple menos 5 sea igual a su doble más 3.
Solución: 8

Si a un número le sumo su triple y le resto 20, me quedan el 28. ¿Cuál es el número?

Si llamamos x al número, su triple será 3x, y ya podemos plantear la ecuación:

Ya podemos plantear la ecuación:

$$x + 3x - 20 = 28$$

Cuya solución es:

$$x + 3x - 20 = 28 \rightarrow x + 3x = 28 + 20$$

$$4x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{4} = 12 \rightarrow x = 12$$

Por tanto el número es el 12.

- 5.- Halla un número que sumado a su doble da 48.
Solución: 16
- 6.- Halla un número que multiplicado por 3, sumándole luego 10, multiplicando lo obtenido por 5, agregándole 10 y multiplicando finalmente el resultado por 10 da 750. ¿Qué número es?
Solución: 1
- 7.- Encontrar dos números que sumados den 204 y tales que uno de ellos es 16 unidades mayor que el otro.
Solución: 94, 110.
- 8.- Si al doble de un número le sumamos su tercera parte obtenemos 14, ¿Cuál es dicho número?
Solución: El 6.
- 9.- La suma de 4 números naturales consecutivos es igual a siete veces el menor de ellos. ¿Cuáles son esos números?
Solución: Los números son el 2 el 3 el 4 y el 5.

18.- Rosa tiene 25 años menos que su padre, Juan, y 26 años más que su hijo Alberto. Si entre los tres suman 98 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?
Solución: Rosa tiene 33 años, Juan tiene 58 y Alberto 13.

19.- El doble de la edad que tenía hace cinco años es 80. ¿Cuál es mi edad actualmente?
Solución: 45

20.- Si Elena es tres años menor que Lucio, y este es uno mayor que Berta, y entre los tres suman 41 años, ¿Qué edad tiene cada uno?
Solución: Berta 14 años, Lucio 15 y Elena 12 años

21.- Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años?
Solución: 16 años

22.- Una mamá tiene el cuádruplo de la edad de su hijo, y dentro de cinco años, tendrá el triple de años que él. ¿Qué edad tienen?
Solución: Mamá: 40 años, hijo: 10 años.

23.- Las edades de dos hermanos suman 38 años. Calcularlas, sabiendo que la edad de uno es superior en 8 años a la edad del otro.
Solución: 15 y 23 años

24.- La suma de las edades de tres hijos es igual a la edad de su madre. Si la madre tiene 48 años, y cada uno de los hijos tiene 2 años más que el anterior, ¿cuáles son sus edades?
Solución: 14, 16 y 18 años tienen los hijos.

La edad actual de Sergio es el doble que la de su hermana Raquel, pero hace 10 años la edad de Sergio era el triple que la de Raquel. ¿Cuántos años tienen actualmente cada uno?

Si llamamos x a la edad de Raquel y recogemos los datos en una tabla:

	Edad Actual	Hace 10 años
Raquel	x	x-10
Sergio	2x	2x-10

Ya podemos plantear la ecuación:

$$\underbrace{2x - 10}_{\text{Hace 10 años la edad de Sergio}} = 3 \underbrace{(x - 10)}_{\text{Será el triple de la edad de Raquel}}$$

Cuya solución es:

$$2x - 10 = 3(x - 10) \rightarrow 2x - 10 = 3x - 30$$

$$2x - 3x = -30 + 10 \rightarrow -x = -20 \rightarrow x = 20$$

Por tanto la edad actual de Raquel es 20 años y la de Sergio es 40.

Si comprobamos vemos que hace 10 años, Raquel tenía 10 años y Sergio 30 años que es su triple.

25.- La suma de las edades actuales de Sara y su hermano Ghali es 20. Dentro de 7 años la diferencia entre la edad de Ghali y la de Sara será igual a la edad actual de Sara menos 1. Calcula sus edades actuales.
Sol: Ghali 13 años y Sara 7.

ACTIVIDAD 9. SISTEMAS DE ECUACIONES

2.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$ $x=2, y=-1$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 5y = -7 \end{cases}$ $x=3, y=2$ c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$ $x=2, y=1$ d) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases}$ $x=-2, y=1$ e) $\begin{cases} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$ $x=\frac{2}{3}, y=\frac{13}{3}$ f) $\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ -4x - 4y = -4 \end{cases}$ S.I.

g) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$ $x=\frac{21}{4}, y=\frac{13}{2}$ h) $\begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = 11 \\ 2x - \frac{y}{3} = 7 \end{cases}$ $x=4, y=3$ i) $\begin{cases} y = 5 \\ \frac{4x}{3} + \frac{2y}{5} = 6 \end{cases}$ $x=3, y=5$ j) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x - y = 9 \end{cases}$ $x=1, y=-3$ k) $\begin{cases} 2x + 25 = 3y \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{25}{2} \end{cases}$ $x=10, y=15$ l) $\begin{cases} \frac{3x}{2} = -3 + 2y \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$ $x=\frac{10}{7}, y=\frac{18}{7}$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de igualación:

a) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$ $x=4, y=5$ b) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 6y = -1 \end{cases}$ $x=\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{4}$ c) $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ \frac{x}{4} - y = -\frac{1}{4} \end{cases}$ $x=1, y=\frac{1}{2}$ d) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ $x=\frac{6}{5}, y=-\frac{7}{5}$ e) $\begin{cases} x + \frac{3y}{4} = 3 \\ x - \frac{y}{2} = 5 \end{cases}$ $x=\frac{21}{5}, y=\frac{8}{5}$ f) $\begin{cases} \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{2} = 2 \\ -3x + 10y = 16 \end{cases}$ $x=-12, y=-2$

g) $\begin{cases} x - 3y = -8 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$ $x=7, y=5$ h) $\begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$ $x=2, y=3$ i) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$ $x=-2, y=-3$ j) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$ $x=0, y=-7$ k) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$ $x=\frac{1}{5}, y=\frac{1}{3}$ l) $\begin{cases} 4(x-3) + y = 0 \\ 3(x+3) - y = 18 \end{cases}$ $x=3, y=0$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de reducción:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{cases}$ $x=-2, y=3$ b) $\begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$ $x=3, y=-2$ c) $\begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ 5x + 4y = 11 \end{cases}$ $x=\frac{7}{4}, y=\frac{9}{16}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 5x + 4y = 11 \end{cases}$ $x=3, y=-1$ e) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases}$ $x=2, y=1$ f) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$ $x=2, y=-4$

g) $\begin{cases} -3x + y = 0 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$ $x=1, y=3$ h) $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ $x=3, y=2$ i) $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{cases}$ $x=4, y=-5$ j) $\begin{cases} x - y = 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0 \end{cases}$ $x=2, y=-3$ k) $\begin{cases} \frac{2y}{5} - \frac{x}{3} = \frac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{cases}$ $x=\frac{9}{5}, y=\frac{5}{3}$ l) $\begin{cases} \frac{x}{10} + \frac{y}{2} = 1 \\ 25 + 2y = 3x \end{cases}$ $x=\frac{145}{17}, y=\frac{5}{17}$

Pasos a seguir para la resolución de Problemas:

- Lee y, sobre todo, comprende el problema.
- Traduce el enunciado al lenguaje algebraico, ayudándote de una tabla o dibujo y plantea el sistema.
- Realiza razonadamente las operaciones necesarias sin olvidar el orden en su prioridad para resolver el sistema.
- Evaluar e interpretar los resultados.

1.- María ha adquirido 2 camisetas y un pantalón por un total de 22 euros, y Pedro ha pagado 39 euros por 3 camisetas y 2 pantalones. ¿Cuál es el precio de cada uno de los artículos por separado?

Solución: Camiseta 5€ y pantalón 12€

2.- Un librero vende 125 libros a dos precios distintos, unos a los vende a 15 € cada uno y otros a 12 €. Si obtiene 1.680 € por la venta, ¿cuántos libros vendió de cada clase?

Solución: 60 libros a 15 € y 65 a 12 €.

3.- Calcula dos números, tales que su suma sea 16 y su diferencia sea 4.

Solución: 10 y 6.

4.- La suma de las cifras de un número menor que 100 es 12. Si se permutan las cifras, el nuevo número supera al anterior en 18 unidades. Hallar el número.

Solución: 57.

5.- El triple de un número más la mitad de otro suman 10, y si sumamos 14 unidades al primero de ellos, obtenemos el doble del segundo. Halla dichos números.

Solución: 2 y 8.

6.- En mi clase hay 30 alumnos. Hoy es el cumpleaños de Marta y regala 2 piruletas de fresa a cada chica y 1 de limón a cada chico. Si en total ha repartido 49 piruletas ¿cuántos chicos y chicas hay en mi clase?

Sol. 19 chicas y 11 chicos.

15.- He comprado un cuaderno que costaba 3 € utilizando 9 monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Solución: 5 monedas de 20 y 4 de 50 céntimos.

16.- En la granja se envasan 300 L de leche en 120 botellas de 2 y 5 L. ¿Cuántas botellas de cada clase se van a utilizar?

Solución: 100 botellas de 2 L y 20 botellas de 5 L.

17.- Tengo 30 monedas. Unas son de cinco céntimos y otras son de un céntimo. ¿Puedo tener en total 78 céntimos?

Solución: Si.

18.- En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase? (Recuerda que las moscas tienen 6 patas y las arañas 8 patas).

Solución: 30 moscas y 12 arañas.

19.- La suma de las edades de mi abuelo y mi hermano es de 56 años. Si mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano, ¿qué edades tienen cada uno de ellos?

Solución: 53 años el abuelo y 3 mi hermano.

20.- Tengo 52 monedas. Unas son de cincuenta céntimos y otras de 1 €. ¿Podría tener en total 32 € exactamente?

Sol: 40 de 50 céntimos y 12 de 1 €.

21.- Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros. ¿A cómo está el kilo de plátanos, y el de peras?

Solución: 1,20 € los plátanos y 1,80 € el kilo de peras.

Un librero ha vendido 45 libros, unos a 32 € y otros a 28 €. Si por la venta de todos ellos obtuvo 1.368 €, ¿Cuántos libros de cada clase vendió?

Si llamamos x a los libros de 32€ e y a los de 28 €.

Ecuación libros: $x + y = 45$ Por sustitución $y = 45 - x$
 Ecuación euros: $32x + 28y = 1.368$ \rightarrow $32x + 28(45 - x) = 1.368$

$32x + 1260 - 28x = 1360 \rightarrow 4x = 108 \rightarrow x = 27 \rightarrow y = 18$

Por tanto vendió 27 libros a 32 € y 18 libros a 28 €.

ACTIVIDAD 10. GEOMETRÍA 2D Y 3D

01.- Convierte de unas unidades de área a otras:

- a) ¿Cuántos dam^2 son 97 hm^2 ?
- b) ¿Cuántos dm^2 son 172 dam^2 ?
- c) ¿Cuántos cm^2 son $0,5 \text{ km}^2$?
- d) ¿Cuántos dm^2 son 2 km^2 ?
- e) ¿Cuántos mm^2 son 256 m^2 ?
- f) ¿Cuántos m^2 son 250.000 mm^2 ?
- g) ¿Cuántos dam^2 son 6 m^2 ?
- h) ¿Cuántos hm^2 son 1423 mm^2 ?
- i) ¿Cuántos km^2 son 8000 dm^2 ?
- j) ¿Cuántos m^2 son $1.500.000 \text{ cm}^2$?

Sol: a) 9.700 dam^2 b) $1.720.000 \text{ dm}^2$ c) $5.000.000.000 \text{ cm}^2$
 d) $200.000.000 \text{ dm}^2$ e) $256.000.000 \text{ mm}^2$ f) $0,25 \text{ m}^2$ g) $0,06 \text{ dam}^2$
 h) $0,0000001423 \text{ hm}^2$ i) $0,0008 \text{ km}^2$ j) 150 m^2

02.- Halla la diagonal y el perímetro de un rectángulo de 12 cm de base y 5 cm de altura.

Sol: $d=13 \text{ cm}$; $P=34 \text{ cm}$

03.- Calcula el perímetro de un cuadrado cuya diagonal es de 6 m.

Sol: $P=16,96 \text{ cm}$

04.- Halla el perímetro de un rombo de diagonales de 24 dm y 10 dm, respectivamente.

Sol: $P=52 \text{ dm}$

05.- Halla la longitud de una circunferencia de 10 cm de diámetro.

Sol: $L=3,14 \text{ cm}$

06.- Halla la longitud de un arco de una circunferencia de 6 cm de radio y 30° de amplitud.

Sol: $L=3,24 \text{ cm}$

07.- Un triángulo equilátero tiene 16 cm de lado. a) Halla su altura. b) Calcula su perímetro. c) Halla su área.

Sol: a) $h=13,86 \text{ cm}$; b) $P=48 \text{ cm}$; c) $A=110,88 \text{ cm}^2$

08.- Un triángulo isósceles tiene un lado desigual de 10 cm, y cada uno de los lados iguales miden 13 cm. a) Calcula su altura. b) Halla su perímetro. c) Halla su área.

Sol: a) $h=12 \text{ cm}$; b) $P=36 \text{ cm}$; c) $A=60 \text{ cm}^2$

9.- Un rombo tiene un lado de 5 dm, y la diagonal menor mide 6 dm. a) ¿Cuánto mide su otra diagonal? b) ¿Cuál es su área?

Sol: a) $D=8 \text{ dm}$; b) $A=24 \text{ dm}^2$

10.- Halla el área de un hexágono regular de 12 cm de lado.

Sol: $374,04 \text{ cm}^2$

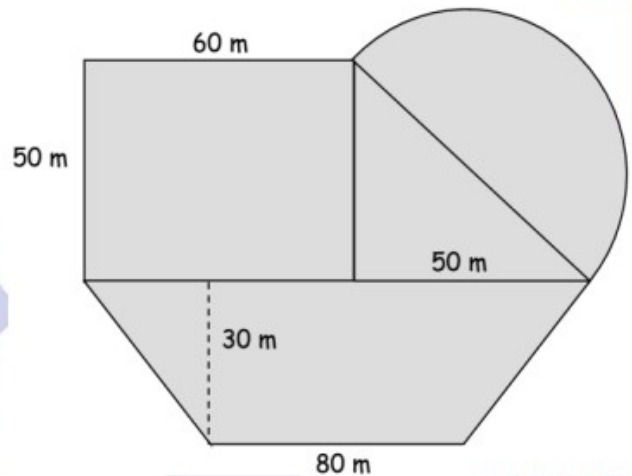
11.- Halla el área de un octágono regular de 10 cm de lado y 12,07 cm de apotema.

Sol: $482,8 \text{ cm}^2$

12.- Halla el área de un trapecio sabiendo que la base menor mide 10 cm, la base mayor es doble que la menor y la altura mide 8 cm.

Sol: 120 cm^2

18.- A Luis le han dejado en herencia un terreno con la extraña forma que se ve en el dibujo. ¿Cuánto obtendrá con su venta a 180 euros el metro cuadrado?



Sol: 2.691.720 €

19.- En un triángulo isósceles los lados iguales miden 9 c y la base 6 c. ¿Cuánto mide el área? ¿Y el perímetro?

Sol: $A=25,44 \text{ m}^2$, $P=24 \text{ m}$

20.- La altura de un campanario es de 15 m. Si yo me encuentro a 12 metros del pie del campanario, ¿a qué distancia me encontraré de la parte más elevada?

Sol: 19,2 metros

21.- El 19 de octubre es el día mundial contra el cáncer de mama. Los alumnos de 2º de ESO queremos hacer una pancarta enorme (42 metros de perímetro) con forma hexagonal (regular) y queremos pintarla de color morado. Sabiendo que el kilo de pintura morada cuesta a 45 dh y que por cada metro cuadrado necesitamos $\frac{3}{4}$ de kilo de pintura. ¿cuánto dinero necesitaremos recaudar?

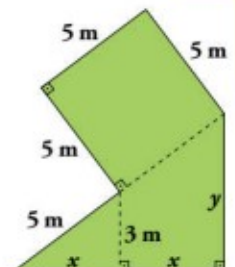
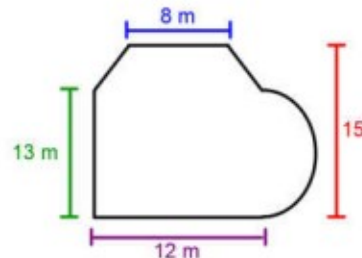
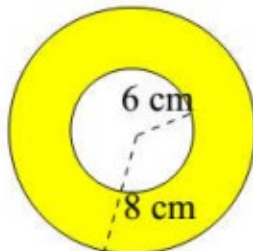
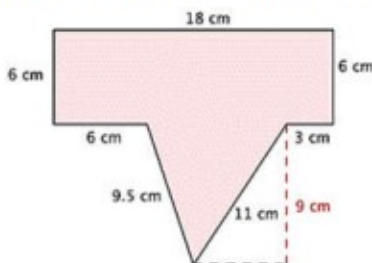
Sol: 4.296, 57 dh.

22.- La pirámide del museo del Louvre en París es una pirámide cuadrangular regular. Una de sus caras laterales está formada por 153 cuadrados de 1,37 m de lado y 18 triángulos isósceles de 1,94 m de base y 1,37 m de lado. ¿Qué superficie tiene esta cara?

Sol: $304,06 \text{ m}^2$

23.- Ana tiene un jardín rectangular, de 500 m de largo y 300 m de ancho, y quiere hacer una piscina de forma circular de 100 m de radio. ¿Cuánto terreno le queda para plantar césped?

28.- Calcula el área de las siguientes figuras:



Sol: a) $148,5 \text{ cm}^2$; b) $87,92 \text{ cm}^2$; c) $242,36 \text{ m}^2$; d) 49 m^2

01.- Completa la siguiente tabla convirtiendo unidades:

Hm ³	m ³	ml	dal	dm ³
12,8				
	0,14			
			1,16	
		0,03		
				1,004
			2500	
		475		

02.- Calcula el valor de la diagonal de un ortoedro de dimensiones 8 x 6 x 4 cm. Halla también el valor de la diagonal de un cubo de arista 4 cm.

Sol: d=10,77 cm y d=6,93 cm.

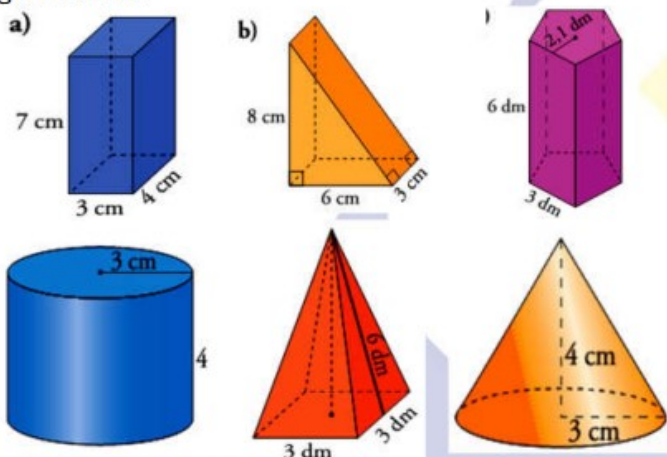
03.- Calcula el área total de un prisma hexagonal regular cuya arista básica y altura miden ambas 8 cm.

Sol: A=716,55 cm²

04.- Calcula el área lateral y el área total de una pirámide hexagonal regular de arista básica 6 cm y 4 cm de altura.

Sol: A_l=118,03 cm²; A_T=211,56 cm²

05.- Calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos.



Sol: a) 122cm²; b) 120cm²; c) 121,5dm²; d) 131,88cm²; e) 45dm²; f) 75,36cm²

06.- Calcula el área lateral y el área total de un cilindro de 6 cm de diámetro y 8 cm de altura.

Sol: A_l=48π=150,80 cm²; A_T=66π=207,35 cm²

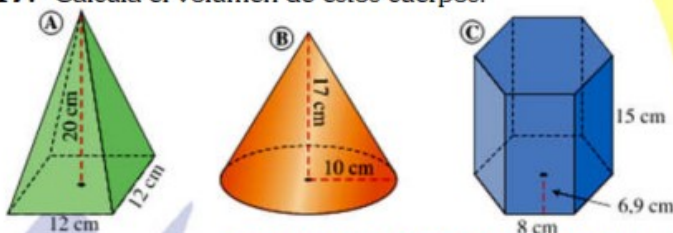
07.- Calcula el área lateral y el área total de un cono de radio 7 cm y 24 cm de altura.

Sol: A_l=175π=549,78 cm²; A_T=224 π=703,72 cm²

16.- Un florero con forma cilíndrica tiene un diámetro interior de 12 cm y su altura es de 25 cm. Queremos llenarlo hasta los 2/3 de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua necesitamos?

Sol: 1.884 litros de agua.

17.- Calcula el volumen de estos cuerpos:



Sol: a) 960 cm³; b) 1780,24 cm³; c) 2.484 cm³

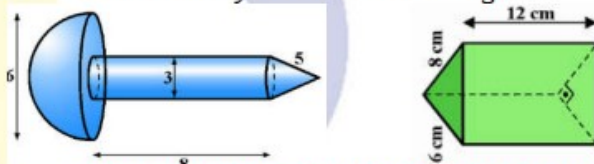
18.- Calcula el volumen de una pirámide de 15 m de altura y cuya base es un cuadrado inscrito en una circunferencia de 5 m de radio.

Sol: V =250 m³

19.- Halla el volumen de un cono sabiendo que la longitud de la circunferencia de su base es 31,416 cm y su generatriz mide 10 cm.

Sol: V=226,72 cm³

20.- Calcula el área y el volumen de las figuras:



Sol: a) A=176,71 cm²; V=124,34 cm³; b) A = ?; V=288 cm³

21.- Las paredes de un pozo de 12 m de profundidad y 1,6 m de diámetro han sido cementadas. El precio es de 40 € el metro cuadrado. ¿Cuál ha sido el coste?

Sol: 2.422,50 €

22.- Un pintor ha cobrado 1.000 € por pintar el lateral de un depósito cilíndrico de 4 m de altura y 4 m de diámetro. ¿Cuánto deberá cobrar por pintar un depósito esférico de 2 m de radio?

Sol: 1.000 €

23.- a) ¿Qué volumen de aire cabe en una pelota de 30 cm de diámetro? b) ¿Qué superficie tendrá la pelota del problema anterior?

Sol: a) V=36π litros; b) 1,13 m²